

УДК 531.3

Е.Л. Тарунин

*Пермский государственный национальный
исследовательский университет*

Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15
8 (342) 2-396-409

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА С ЗАРЯЖЕННЫМ ПРОВОДЯЩИМ ШАРОМ

Были выполнены расчеты взаимодействия двух заряженных проводящих шаров с различными радиусами $R_1, R_2 > R_1$ [1]. Показано, что при уменьшении расстояния между центрами шаров L сила отталкивания одноименно заряженных шаров уменьшается и при $L < L^$ преобразуется в силу притяжения. Сравнение результатов расчета [1] при $R_2 > 10 \cdot R_1$ с аналитическим решением задачи [2] о взаимодействии точечного заряда с незаряженной проводящей сферой навело на мысль обобщения этой задачи с рассмотрением взаимодействия точечного заряда с заряженной проводящей сферой. Это обобщение позволило получить полезные следствия, которые, как следует ожидать, годятся и для случая взаимодействия заряженных проводящих шаров при $R_2 > 10 \cdot R_1$.*

Ключевые слова: электростатика; закон Кулона; индуцированный заряд.

1. Задача о взаимодействии точечного заряда с заряженной проводящей сферой

Изложим вначале кратко решение задачи о взаимодействии точечного заряда со сферой, описанное в § 9 [2]. Точечный заряд q_1 , находящийся на расстоянии L от центра проводящего шара радиуса R , индуцирует в шаре заряд противоположного знака

$$q' = -R \cdot q_1 / L. \quad (1)$$

Этот заряд располагается на линии, соединяющей точечный заряд с центром шара на расстоянии

$$dL = R^2 / L \quad (2)$$

от центра шара.

Добавление в центр шара заряда

$$q'' = -q' \quad (3)$$

не меняет эквипотенциальности сферы, но делает шар нейтральным (не заряженным), так как $q' + q'' = 0$. Поле вне сферы получается наложением полей, описывающих взаимодействие трех точечных зарядов. В итоге сила притяжения оказывается

равной [2]

$$F_F = \frac{q_1 \cdot q''}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(L - dL)^2} - \frac{1}{L^2} \right). \quad (4)$$

Добавим в центр шара дополнительный заряд (это и дает обобщение задачи)

$$q_2 = \eta \cdot q_1. \quad (5)$$

Добавление этого заряда в центр шара изменит потенциал на шаре, но сфера окажется также эквипотенциальной. В этом случае сила взаимодействия будет равна

$$F = F_F - \frac{\eta \cdot q_1^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}. \quad (6)$$

При $\eta = 0$ эта сила соответствует силе притяжения точечного заряда к незаряженному проводящему шару [2]. При $\eta = 1$ она соответствует силе взаимодействия равных зарядов $q_1 = q_2$. Именно такой вариант был подробно исследован в работе [1] для случая проводящих шаров. Там же было найдено критическое расстояние L_* , при котором сила отталкивания одноименно заряженных шаров становится равной нулю, а при расстояниях $L < L_*$ меняет знак силы.

Расчеты [1] требовали большого объема вычислений. Один вариант расчетов требовал более суток времени счета на персональном компьютере, а для выяснения зависимостей от параметров задачи (радиусы шаров, расстояния между ними,

отношение зарядов) требовалось много вариантов. Формула (6) годится и для шаров с отношением радиусов

При $R \rightarrow \infty$ или при малом расстоянии точечного заряда от поверхности сферы dL решение этой задачи хорошо описывает решение задачи о взаимодействии с плоскостью. Прямой счет показывает, что при $R = 20dL$ сила взаимодействия отличается от предельного случая ($R \rightarrow \infty$) на -0.92% .

2. Анализ зависимости силы взаимодействия точечного шара с заряженным проводящим шаром

Введем отношение сил

$$\lambda = F / F_0, \quad F_0 = \frac{\eta \cdot q_1^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}. \quad (7)$$

В качестве масштаба силы выбрано значение силы взаимодействия F_0 двух точечных зарядов (закон Кулона) $q_1, q_2 = \eta \cdot q_1$. Измеряя расстояние между точечным зарядом и центром сферы в единицах радиуса сферы

$$L = k \cdot R, \quad (8)$$

получим, что отношение сил зависит только от безразмерного коэффициента k , а от радиуса шара зависимости естественно нет

$$\lambda = \frac{1}{\eta} \left(\frac{k}{(k - 1/k)^2} - \frac{1}{k} \right) - 1. \quad (9)$$

Положительные значения λ соответствуют силе притяжения, а отрицательные силе отталкивания. То, что при $k = 1$ $\lambda = \infty$, не удивительно, так как при $k = 1$ точечный заряд располагается на сфере. При $k \rightarrow \infty$ $\lambda \rightarrow -1$, как и положено для выполнимости закона Кулона на больших расстояниях. Корень этого уравнения $k = k_*$, обеспечивающий значение $\lambda = 0$, позволяет определить зависимость критического значения $k = k_*$ от отношения зарядов $k_*(\eta)$.

При равенстве зарядов $k_*(1) = 1.818$. Относительное отличие этого коэффициента от расчетов [1] для $R = 12$ менее 0.5% .

Это обстоятельство позволяет надеяться, что уравнение (9) справедливо для заряженных сфер с отношением радиусов $R_2 > 10R_1$. Представление о зависимости $k_*(\eta)$ дают значения:

$$k_*(0.1) = 2.8943, \quad k_*(0.5) = 1.882,$$

$$k_*(0.9) = 1.6529, \quad k_*(1.1) = 1.5879, \quad k_*(2) = 1.4270, \quad k_*(4) = 1.2936.$$

Как видно, при увеличении $\eta = q_2 / q_1$ значение критического расстояния монотонно уменьшается.

Задавая значение $\eta = q_2 / q_1$, можно определить соответствующее значение k_* , а, следовательно, и зависимость $L_* = k_* \cdot R$ от отношения зарядов. Зависимости $\lambda(k)$ для различных значений отношения зарядов подобны зависимостям [1] $\lambda(L)$ для различных значений отношения радиусов. Из зависимостей $\lambda(k)$ следует, что при уменьшении заряда на сфере значения k_* увеличиваются.

Вывод

Обобщение известной в электростатике задачи о взаимодействии точечного заряда с проводящей сферой позволило определить уравнение $\lambda(\eta)$ для отношения силы к соответствующей силе Кулона. Из этого уравнения легко определить критическое расстояние $L(\eta)$, при котором сила электростатического взаимодействия равна нулю, а также отношение сил при различных значениях заряда на шаре. Кроме того, анализ расчетов [1] показывает, что уравнение $\lambda(\eta)$ дает хорошую оценку для отношения сил взаимодействия заряженных шаров при $R_2 > 10 \cdot R_1$.

Библиографический список

1. Тарунин Е.Л. Преобразование силы отталкивания одноименно заряженных сфер при близких расстояниях между сферами в силу притяжения // Актуальные проблемы науки XXI века: XII-я междунар. науч.-практ. конф. COGNITIO. 31.07.2016. С. 101–109.
2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Электричество и магнетизм. Т. 5. М: Мир, 1966. 296 с.