

УДК 534.2: 533.6:519.6

В.К. Мехоношин, Н.В. Шуваев

*Пермский государственный
национальный исследовательский университет*
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
8 (952) 653-36-65

ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН, ВЫХОДЯЩИХ ИЗ ТРУБКИ МАЛОГО СЕЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Проведено численное моделирование распространения звуковых волн, выходящих из трубки малого сечения в бесконечное пространство. Представлено сравнение теоретических и расчетных результатов. Исследовано предположение о том, что звук, выходящий из трубки, является всенаправленным при определенной частоте.

Ключевые слова: звуковая волна; ANSYS CFX; акустика.

Введение

Прогнозирование резонансных явлений в проточной части газотурбинного двигателя позволяет избежать повышенных пульсаций давления в проточной части и повышенных напряжений в деталях. В настоящее время не существует достаточно подробных математических моделей для прогнозирования акустического резонанса в проточной части газотурбинного двигателя.

Данная работа является подготовительной к проведению эксперимента по определению резонансных частот замкнутой полости. Впервые анализ излучения звука на срезе круглой трубки без фланца проведен Левиным и Швингером [1].

В работе [2] была рассмотрена трубка с бесконечным фланцем. На конструкцию авиационного двигателя оказывают влияние частоты в диапазоне 100–5000 Гц. В экспериментальных работах, среди которых можно выделить работы [3, 4], наибольшее отклонение от всенаправленного излучения демонстрировали волны с высокой частотой, а с низкой имели равномерную диаграмму направленности. В связи с этим, в данной работе будем задавать звуковую волну с частотой 5000 Гц.

1. Концептуальная постановка задачи

Задача решается в осесимметричной постановке. Плоская геометрическая модель, изображенная на рис. 1, построена в ANSYS ICEM и имеет размеры $L = 800$ мм, $D = 16$ мм, $R = 400$ мм. Для выполнения расчетов использован пакет ANSYS CFX. Диаметр трубки выбран, исходя из условия, что он должен быть как минимум вдвое меньше длины волны с частотой 5000 Гц [5]. Размеры исследуемой области выбраны из расчета, что линия снятия параметров должна иметь радиус равный 25 радиусам трубки. Радиус расчетной области равняется 50 радиусам трубки.

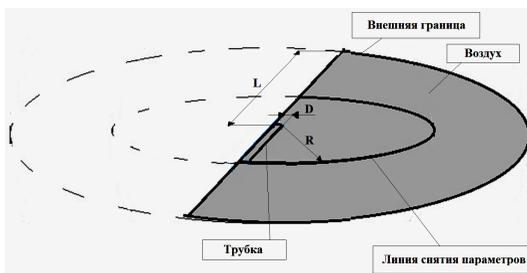


Рис. 1. 2D-модель

В ANSYS CFX нет осесимметричной постановки задачи, аналогом является решение задачи на сеточной модели-секторе сферы, которая получается вращением исходной сетки с вытягиванием её на одну ячейку в окружном направлении. При решении задачи на границах сектора в окружном направлении используются условия периодичности.

Для задания возбуждения на входе в трубку задаются граничные условия, соответствующие акустической волне. На внешнюю границу накладываются неотражающие граничные условия.

2. Математическая постановка задачи

Для расчета направленности звуковых волн воспользуемся нестационарными уравнениями движения вязкого теплопроводного совершенного газа [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0, \\ \frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \tau, \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) &= \nabla \cdot (\chi \nabla T + \tau \cdot \vec{v}). \end{aligned} \quad (1)$$

Тензор вязких напряжений определяется выражением:

$$\tau = \eta [\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T] - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I. \quad (2)$$

Полная энергия

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}, \quad (3)$$

где ρ – плотность; \vec{v} – вектор скорости; p – давление; T – температура; h – энтальпия; η – коэффициент динамической вязкости; χ – коэффициент теплопроводности; I – единичная матрица.

Для замыкания системы уравнений (1–3) используется уравнение состояния совершенного газа

$$p = \rho R T, \quad (4)$$

где R – газовая постоянная для воздуха.

Схема граничных условий показана на рис. 2. На входе в трубку (Inlet) задается температура $T_{inlet} = 288.15$ К, относительное давление изменяется по гармоническому закону:

$$P_{inlet} = A \cdot \text{Sin}(2\pi \cdot f \cdot t), \quad (5)$$

где t – время (с), $f = 5000$ Гц – частота, $A = 500$ Па – амплитуда.

На внешней границе (Outlet) используется тип граничных условий – Opening. Так же задаются неотражающие граничные условия, задается относительное давление $P_{outlet} = 0$ Па и статическая температура $T_{outlet} = 288.15$ К. На поверхности стенок трубки (Wall) задаются условия непротекания.

При инициализации расчетной области задается нулевое распределение скоростей $v_{st} = 0 \frac{M}{c}$, температурное поле с температурой $T_{st} = 288.15$ К, равномерное поле статических давлений $P_{st} = 1$ атм.

Расчетная сетка является структурированной и для ее построения используется тип элемента – гексаэдр. Сеточная модель содержит 121573 элемента и 119987 узлов. Размер элемента выбран, исходя из условия, что на волну с частотой 5000 Гц приходится приблизительно по 40 ячеек.

Основные уравнения решаются методом контрольных объемов по пространству. Используется второй порядок точности по пространству (High Resolution), схема второго порядка точности по времени (Second order backward Euler).

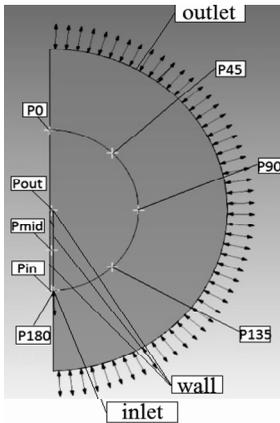


Рис. 2. Схема граничных условий и расположение точек мониторинга

На один период колебаний приходится 40 итераций, шаг по времени равен $5 \cdot 10^{-6}$ сек.

Для установления решения на каждом шаге по времени используется по 5 внутренних подитераций.

Для оценки сходимости в трубке и на линии снятия параметров устанавливаются точки мониторинга звукового давления (рис. 2). Расчеты останавливаются после установления постоянной амплитуды звукового давления в точках мониторинга.

3. Анализ результатов

Результаты расчета в точках мониторинга были преобразованы с помощью *дискретного преобразования Фурье (ДПФ)*. Установившиеся амплитуды звуковых колебаний в точках мониторинга внутри трубы: $P_{in} = 500$ Па, $P_{mid} = 665$ Па, $P_{out} = 1110$ Па. Амплитуда звуковой волны на выходе из трубы и на входе различается более чем в 2 раза, что объясняется наличием внутри трубы стоячей волны, образовавшейся вследствие отражения акустической волны от открытого конца трубки [8]. Наличие стоячей волны приводит к синусоидальному распределению амплитуд колебаний вдоль трубы (рис. 3).

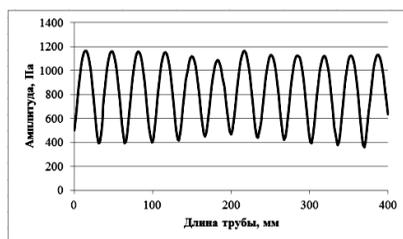


Рис. 3. Распределение звуковых колебаний вдоль трубы

Установившиеся амплитуды звуковых колебаний в точках мониторинга, располагающихся на линии снятия и их среднеквадратичное значение: $P_0 = 22$ Па, $P_{45} = 26$ Па, $P_{90} = 22$ Па, $P_{135} = 17$ Па, $P_{180} = 14$ Па, $P_{rms}^* = 21.2$ Па. Теоретическое значение амплитуды колебаний, вычисленной на основе закона сохранения энергии звуковой волны [7], на линии снятия параметров составляет $P_t = 22.2$ Па. Различие теоретического и расчетного значений амплитуд незначительно, что говорит о правильности построенной модели.

Расчетная диаграмма направленности изображена на рис. 4. Для ее построения были проанализированы точки на линии снятия параметров с шагом 0.25° , в которых брались значения амплитуд звуковых давлений.

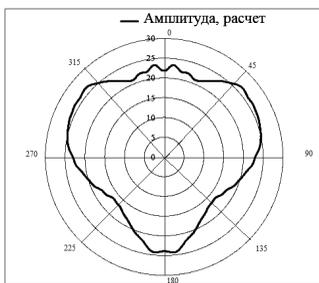


Рис. 4. Диаграмма направленности звуковых волн (амплитуда давления, Па)

В работе [2] был проведен эксперимент по распространению звуковых волн, выходящих из трубки длиной 1 м, при диаметре 0.05 м и радиусе линии снятия параметров 0.3 м и частотах 2000, 4000, 8000 Гц. Для сравнения диаграмм направленности была учтена геометрия трубки в [2], таким образом, эквивалентом частоте в настоящей работе будет являться частота 4000 Гц в [2].

На рис. 5 изображена диаграмма направленности амплитуд в результате расчетных данных, полученных в настоящей работе, и в экспериментальной работе [2].

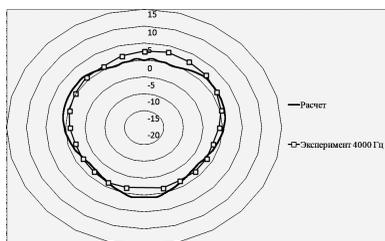


Рис. 5. Диаграмма направленности (отличие интенсивности звуковых колебаний от среднего значения, дБ)

Для исследования предположения о всенаправленности звуковых волн, выходящих из трубки, посчитаны среднеквадратическое значение амплитуды звукового давления ($P_{rms} = 22.1$ Па), среднеквадратическое отклонение ($S_r = 2.2$ Па) и максимальное

отклонение от среднеквадратичного значения ($S_r^{\max} = 5.4$ Па). Разброс амплитуд звукового давления оценивается нами как большой, что не позволяет считать такой источник монопольным.

Выводы

Проведенные расчеты свидетельствуют о том, что при построении расчетных моделей, воспроизводящих условия эксперимента, в котором в качестве источника выступает открытый конец трубки, следует моделировать излучение звука из трубки напрямую и не заменять его монопольным источником.

Библиографический список

1. *Levine H.* On the radiation of sound from an unflanged circular pipe / H. Levine, J. Schwinger // *Physical Review*. 1948. Vol. 73, № 4. P. 383–406.
2. *Norris A.N.* Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange / A.N Norris, I.C. Sheng // *Journal of Sound and Vibration*. 1989. Vol. 135, № 1. P. 85–93.
3. *Simoneau T.* Sound radiation of the end of cylindrical duct application on industrial stacks / T. Simoneau // *Proceeding of the Acoustics-08*. Paris, France, 29 June – 4 July, 2008. P. 1441–1445.
4. *Farooqui M., Aur'egan Y., Pagneux V.* Manipulating acoustic waves radiation direction using Liner surface modes // *Proceedings of 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave Phenomena*. Espoo, Finland, 27 August – 1 September, 2018. P. 116–118.
5. *University of Southampton* – Open-ended pipe. URL: <https://blog.soton.ac.uk/soundwaves/standing-waves/4-open-ended-pipe.html> (дата обращения: 07.10. 2018).
6. *Исакович М.А.* Общая акустика: учеб. пособие. М.: Наука, 1973. С. 73–75.
7. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука: учеб. пособие. М.: Изд-во МГУ. 1960. С. 30–33.
8. *Macquarie university* – Standing Waves and Resonance. URL: <http://clas.mq.edu.au/speech/acoustics/frequency/resonance.html> (дата обращения: 07.10. 2018).